# HDU 第 11 版解题报告(农夫版)

农夫三拳(drizzlecrj@gmail.com)

2000 ASCII码排序

题目大意：给定三个字母，按照 ASCII 码从小到大输出。

解题方法：三个字母排序，最简单的方法是进行三次比较，可以先判断 a 和 b，再判断 a 和 c，使得 a 是最小的数，然后比较 b 和 c，将次小的放在 b 位置即可。当然使用任何一种你想使用的排序方法也是可以的，包括直接插入排序，折半插入排序，链表插入排序，Shell 排序，冒泡排序，快速排序*，直接选择排序，锦标赛排序，堆排序*，归并排序*，基数排序，桶排序，计数排序等。此外，还可以选择使用 qsort 或者 std::sort。(*为需重点掌握算法)

联想：三个数使用基于比较的算法进行排序最少需要的比较次数是 3 次，那么 4 个数呢，5 个数呢，n 个数呢？4 个数的最少比较次数是 5 次，这个也许不难看出，但是 5 个数一般人只能想到 8 次(使用归并的思想)，实际上可以 7 次就完成。更多信息请参见《计算机程序设计艺术第三卷》5.3 节中的"**极少比较排序**"一节。

经验谈：在输入数据范围很大(通常 $10^5$ 或 $10^6$ 范围)，且算法时间复杂度为 O(n)或者 O( nlogn )时，使用 cin 往往会超时，这个时候记得要用 scanf，或者使用更快的 gets 和 getchar 函数。

2001计算两点间的距离

题目大意：给出两个点的坐标，输出两点间的距离。

解题方法：对于两点(x1,y1)，(x2,y2)，距离公式为 $\sqrt{(x1-x2)^2+(y1-y2)^2}$ 。

注意点：要注意题目中给的数是整数还是实数。

小知识：对于设置小数末尾的精度，有如下几种方法(以保留两位小数为例)：C 当中我们使用 printf("%.2lf",…) ；C++当中我们可以使用 iostream 头文件中的 cout.setf( ios::fixed)以及 cout.precision(2)来指定，还可以使用 iomanip 中 setiosflags( ios::fixed)和 setprecision(2)来指定。

2002计算球体积

题目大意：给定求的半径，求出求的体积。

解题方法：使用球的体积公式 $\frac{4}{3}\pi R^3$ 。

注意点：平常 PI 我们都是取的 acos(-1.0)，而这里题目中指定了 3.1415927，比赛的时候并没有指明，使得许多人 wa 了 n 次。

2003求绝对值

题目大意：求一个实数的绝对值。

解题方法：使用 cmath 中的 fabs 函数。

注意点：可能有人会想到去自己实现 fabs 函数，需要注意的是浮点数中有-0 的存在，需要额外的判断为 0 的情况。浮点数的比较是一门很深的学问。可以参见Bruce Dawson的一篇文章*Comparing floating point numbers*。关于浮点数的一些更加具体的细节，请见我Blog上翻译的*Representation of Integers and Reals* Section I 和Section II。

2004成绩转换

题目大意：根据一个成绩，按照题中的规则，输出对应的等级。

解题方法：使用 if…else…if 或者 switch，可以先将成绩除以 10 再做判断。

2005 第几天？

题目大意：给出一个日期表示，输出它是该年的第几天。

解题方法：使用闰年公式 year%4==0&&year%100!=0||year%400==0。

小知识：读取 1986/9/24 这样形式，有以下几种做法：1.读取整行字符串，然后手动分解，使用 atoi 转换为整数；2.直接用 cin 进行输入；3.读入整行，使用 sscanf (buf, “%d/%d/%d”,…)；4.使用 scanf(“%d/%d/%d ”,…)。

补充：不记得是哪一年得 ACM 竞赛试题了，问题是这样的，已只某年某月某日是星期几，要求计算若干年后的某月某日是星期几，虽然最后求解出来了，但是比较麻烦。关于给定年月日求星期几，我整理了一下，大约有下面一些公式:

### 一：常用公式

$$W=[Y-1]+[\frac{Y-1}{4}]-[\frac{Y-1}{100}]+[\frac{Y-1}{400}]+D$$

Y 是年份数，D 是这一天在这一年中的累积天数，也就是这一天在这一年中是第几天。[]为取整符号。

### 二：蔡勒（Zeller）公式

$$W=Y+[\frac{Y}{4}]+[\frac{C}{4}]-2*C+[\frac{26*(M+1)}{10}]+D-1$$

公式中的符号含义如下，W 是星期，C 是世纪，Y 是年（两位数），M 是月（M 大于等于 3，小于等于 14，即在蔡勒公式中，某年的 1、2 月要看作上一年的 13、14 月来计算，比如 2003 年 1 月 1 日要看作 2002 年的 13 月 1 日来计算），d 为日。[ ]代表取整，即只要整数部分。相比于通用计算公式而言，蔡勒（Zeller）公式大大降低了计算的复杂度。

### 三：对蔡勒（Zeller）公式的改进

作者：冯思琮

相比于另外一个通用计算公式而言，蔡勒（Zeller）公式大大降低了计算的复杂度。不过，笔者给出的通用计算公式似乎更加简洁（包括运算过程）。现将公式列于其下：

$$W=[\frac{Y}{4}]+[Y\%7]-2[C\%4]+M'+D$$

公式中的符号含义如下：%为取余，M’是 M 的修正数，现给出 1 至 12 月的修正数 1’至 12’如下：(1’,10’)=6；(2’, 3’,11’)=2；(4’,7’)=5；5’=0；6=3；8’=1；(9’,12’)=4（注意：在笔者给出的公式中，y 为闰年时 1’=5；2’=1）。其他符号与蔡勒（Zeller）公式中的含义相同。

### 四：基姆拉尔森计算公式

$$W=(D+2M+\frac{3(M+1)}{5}+\frac{Y}{4}-\frac{Y}{100}+\frac{Y}{400})\%7$$

在公式中 D 表示日期中的日数，M 表示月份数，Y 表示年数。

注意：与蔡勒公式类似，需要把一月和二月看成是上一年的十三月和十四月，例：如果是 2004-1-10 则换算成：2003-13-10 来代入公式计算 （结果 0 表示星期 1）。

2006 求奇数的乘积

题目大意：给出一组数，求其中奇数的乘积。

解题方法：对读入的数进行奇偶判断。

小知识：判断一个数字是奇数偶数，通常有两种方法：**1.** n % 2 == 1；**2.** n & 1 == 1。

2007平方和与立方和

题目大意：给出两个数，统计其中的奇数和偶数，并分别求出立方和和平方和。

解题方法：和 2006 类似；另外一种方法可以利用 $1^2+2^2+\ldots+n^2=\frac{n*(n+1)*(2n+1)}{6}$，和 $1^3+2^3+\ldots+n^3=(\frac{n*(n+1)}{2})^2$ 直接推出公式，利用 f(n')-f(m'-1)，注意边界处理。

注意点：题目说给两个数，但是并没有指明谁大谁小，因此要特别注意，必要时先进行检查。

2008 数值统计

题目大意：给出一组数，统计其中正数，负数，0 的个数。

解题方法：判断是否>0，<0，==0。

注意点：注意 0.5 也是正数，注意题目中是否陈述了实数这个条件。此外，尽量使用 double，而不是 float。

2009 求数列的和

题目大意：给出一个 $A_n=\sqrt{A_{n-1}}$ ，$A_0$=n 的数列，求前 m 项和。

解题方法：直接循环做。

2010水仙花数

题目大意：给出两个数 m，n (m ≤ n)，打印他们之间的水仙花数。

解题方法：1.可以循环 m ~ n 之间的数字，逐一进行判断；2.由于三位数中水仙花数只有 153，370，371，407 这四个数字，因此判断将变得更加简单。

2011 多项式求和

题目大意：求出多项式 $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\ldots$ 前 m 项的和。

解题方法：循环一下就可以做出来了。

小知识：一眼看上去这个数列真是熟悉，问了下人，才知道，这个数就是 ln2。因为 ln(x)的展开式就是 $\ln(1+x)=\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n}(-1<x\leq 1)$。

2012 素数判定

题目大意： 判断 n^2+n+41 在[x, y]范围内是否都是素数。

解题方法：判断素数常用的方法是[2, $\sqrt{n}$ ]的判断，对于大素数，可以采用 Fermat 小定理的逆定理进

行判断。

小知识：素数判定—Miller-Rabin 伪素数测试，使用 Fermat 小定理的逆定理，高概率正确（注意 Carmichael 数特例）。

2013 蟠桃记

题目大意：在最后剩下一个桃子的情况下，求得前 n 天的时候桃子的数量。

解题方法：找规律，可以得到 f(n)=f(n-1)*2+2；将上述式子展开，得到通项 $f(n)=3*2^{n-1}-2$。

2014青年歌手大奖赛_评委会打分

题目大意：找出一组数，求出出去最大值及最小值之后的平均数。

解题方法：线性查找即可。

2015偶数求和

题目大意：对 $A_n$=2*n 序列求每 m 段的平均值。

解题方法：一种方法是将偶数存储到数组(也可不存)进行模拟，另外一种方法可以直接算出均值。很容易发现 m 段的均值其实是一个等差数列为：B =2*m*n+1-m，最后一部分(不能整除)的均值是 $m*\lfloor n/m \rfloor+n+1$。

2016 数据的交换输出

题目大意：给出一组数，找出其中最小的并且与起始数进行交换。

解题方法：一次循环找出最小值，一次循环输出。

小知识：STL 里面有 min_element，max_element，nth_element 函数分别可以求出最小值，最大值和第 n 大值。

2017 字符串统计

题目大意：给出一个字符串，求出其中数字字符的个数。

解题方法：判断每一个字符是否在‘0’~‘9’之间。

2018 母牛的故事

题目大意：初始一头母牛生一头小母牛，每头小母牛在第四个年头开始每年生一个小母牛，问第 n 年后多少头母牛。

解题方法：联想 Fibonacci 数列，可以得到递推式。

$$f(n)=\begin{cases} n & n<5 \\ f(n-1)+f(n-3) & n>=5 \end{cases}$$

从这个式子可以看出，第 n 年的母牛总数是上年即(n - 1)年的总数加上(n - 3)年所有牛的总数(因为只有它们会生出新的小母牛)。

2019数列有序!

题目大意：给出一组从小到大排好序的数字，将另外一个数插入，使得整个序列有序。

解题方法：经典的插入排序的一次循环，当然可以用所有的排序方法来做。

2020 绝对值排序

题目大意：给出一组数，按照绝对值从大到小排序。
解题方法：使用基于比较的排序算法比较合适，注意比较的时候使用绝对值比较，且是降序排列。

2021 发工资咯：）
题目大意：给出若干种工资，使用人民币中元单位的面值找出，求出最少需要的张数。
解题方法：由于人民币系统属于 cannocial system，可以使用贪心算法得到最少张数。每次从大的钱数开始找，那么这里其实还可以再优化，100 和 50， 10 和 5 ， 2 和 1 在某种程度上可以合并。例如 168 元，那么需要 5 张人民币。我们可以通过 $\frac{168}{100}+\frac{58}{50}+\frac{18}{10}+\frac{8}{5}+\frac{3}{2}+\frac{1}{1}$ 得到，我们还可以这样。

$\frac{168+50}{100}+\frac{18+5}{10}+\frac{3+1}{2}$ 这三项分别表示 100 和 50 的总张数，10 和 5 的总张数，2 和 1 的总张数(算法来源于 kaikai)。
小知识：如果对于 $C(c_1,c_2,..,c_n)$，满足 $c_1>c_2>\ldots>c_n$ 且 $c_n=1$ 的硬币系统来说，怎样判断是否可以使用贪心算法得到最小张数呢？具体可以见 David Pearson 1994 的论文 *A Polynomial-time Algorithm for the Change-Making Problem* 该论文指出所有可能的反例在 $n^2$ 范围内，总的判断时间复杂度是 $O(n^3)$内完成。

2022 海选女主角
题目大意：给定一个矩阵，求出绝对值最大的值及其坐标。
解题方法：二重循环。

2023 求平均成绩
题目大意：给定一个矩阵，求出绝对值最大的值及其坐标。
解题方法：直接对行，列进行统计，并按照要求对比统计“优等”学生人数。
注意点：在比较每个学生的课程分数是否大于该课程的平均分时，我们应当避免使用浮点数比较，而采用 $mark \ge \frac{totalMark}{n} \Rightarrow mark * n \ge totalMark$。

2024 C语言合法标识符
题目大意：给定一个 C 语言标识符，判断是否合法。
解题方法：遵从 C 语言标识符规则进行判断。
小知识：C 语言合法标识符满足一下条件：**1.** 标识符中仅有字母，数字及下划线_；**2.** 不能以数字开头。

2025查找最大元素
题目大意：给定一个串，在最大值后附加一个(max)。
解题方法：循环查找最大值，再进行判断是否是最大值，并进行输出。

2026首字母变大写
题目大意：给定一个英文句子，将每个单词的首字母变大写。
解题方法：开头第一个字母以及空格后的第一个字母大写即可。
小知识：将大写字母转变为小写只需要+32 或者|32， 反之-32 或者^32。

2027 统计元音

题目大意：给定一个串，求出其中元音 a，e，i，o，u 的个数。
解题方法：直接循环做。

2028 Lowest Common Multiple Plus
题目大意：给出 n 个数，求出这 n 个数的最小公倍数。
解题方法：利用 $lcm(a,b)=\frac{a}{\gcd(a,b)}*b$。
小知识：利用欧几里德辗转相除法得到最大公约数 gcd(a, b)， 然后利用等式 a*b = gcd(a, b) * lcm(a, b) 求的。
注意点：在求最小公倍数的时候，$lcm(a,b)=\frac{a*b}{\gcd(a,b)}$ 在乘法的时候可能会溢出，由于 a % gcd(a, b)==0，因此可以使用 $lcm(a,b)=\frac{a}{\gcd(a,b)}*b$。

2029 Palindromes _easy version
题目大意：给出一个串，判断是否是回文串。
解题方法：从前往后和从后往前同时进行。

2030 汉字统计
题目大意：给出一个句子，统计其中的中文个数。
解题方法：利用中文字的特点：1 个汉字是 2 个字节，首字节再用 char 表示的时候<0,用 unsigned char 表示的时候>255。

2031 进制转换
题目大意：将一个十进制下的数用 R 进制表示。
解题方法：利用十进制转 2 进制的类似规则。
小知识：此题可以使用递归来做，代码可以非常优雅。

2032 杨辉三角
题目大意：打印杨辉三角形。
解题方法：预处理，将杨辉三角形存储到 t[i][j]中，由 t[0][0]=1，t[i][j]=t[i-1][j-1]+t[i-1][j] 可得。

2033 人见人爱A+B
题目大意：将两个时:分:秒进行相加。
解题方法：本质上就是 60 进制的加法。

2034 人见人爱A-B
题目大意：求两个集合的差集。
解题方法：对 A 中的每一个元素 a，a∈A，a∉B。
注意点：看清题目！格式方面，每一个元素后面都有一个空格。且元素是从小到大排序。
小知识：STL 中有个 set_difference 函数求集合的差集，写法如下：set_difference(a.begin(),a.end(), b.begin(),b.end(),insert_iterator<set<int> >(c, c.begin()))。

2035 人见人爱A^B

题目大意：求 $A^B$ % 1000 （1<=A,B<=10000）。
解题方法：由于数据量较小，直接用 1~B 的循环即可；大数据可以使用 O(logn)的做法。

2036 改革春风吹满地
题目大意：求一个逆时针排列的整点坐标多边形的面积。
解题方法：可以使用叉积公式求得三角形面积，然后将这些面积求和。用解析几何要稍微麻烦一些，可以利用积分的思路来进行求解。 (注意积分是按照顺序积分)
小知识：由于都是整点，因此该多边形为格点多边形，如果令 B = 多边形边界上的格点数目。I = 多边形内部的各点数目，由 pick 定理，多边形的面积为 Area = B / 2 + I – 1。因此不难得出这样的结论，结果要么是以.5 结束，要么是以.0 结束。 还要注意一点，在计算面积的时候不要用绝对值相加，而采用有向面积的概念，最后判断是正还是负。

2037 今年暑假不AC
题目大意：给定电视节目开始时间和结束时间，问合理安排顺序后使得看到尽量多的完整节目。
解题方法：经典的"会议安排"问题，使用贪心算法求解。按照结束时间进行排序，则排在最前面的节目(即最先结束的节目应该选择)，可以通过反证法证明，如果最终选择的最优方法没有包括第一个节目，那么把最优方案中第一个节目替换成排序后的第一个肯定也是最优的，同理，后面只要保证 e[i+1] ≥ s[pre]即可。

2038 test
??

2039 三角形
题目大意：给出三角形三条边，判断是否可以组成三角形。
解题方法：判断任意两边是否大于第三边即可；或者对三条边进行排序，判断最小和次小的两条边的和是否大于最大边。
注意点：注意输入的边的长度可能是实数。

2040 亲和数
题目大意：判断两个数是否是亲和数，所谓亲和数指的是每个数的真因子的和恰好等于另外一个数。
解题方法：由于数据量比较小，可以判断[1,n)范围，当然也可以在[1,sqrt(n))判断，注意完全平方数的处理。
小知识：

- **亲和数(成对)** -> 如果两个数 a 和 b，a 的所有真因数之和等于 b， 且 b 的所有真因数之和等于 a，则称 a 和 b 是一对亲和数。
- **完全数** -> 若一个自然数，它所有的真因子（即除了自身以外的约数）的和恰好等于它本身，这种数叫做完全数。
- **水仙花数** -> 是指一个 n 位数 ( n≥3 )，它的每个位上的数字的 n 次幂之和等于它本身。(例如：$1^3 + 5^3 + 3^3 = 153$)。
- **梅森素数** -> 若 p 是素数， $2^p-1$ 为素数，则该数成为梅森素数。
- **反素数** -> 对于任何正整数 x，其约数的个数记作 g(x)。例如 g(1)=1、g(6)=4。
  如果某个正整数 x 满足：g(x) > g(i) 0 < i < x，则称 x 为反质数。例如，整数 1，2，4，6 等都是反素数。

2041 超级楼梯

题目大意：有一楼梯共 M 级，刚开始时你在第一级，若每次只能跨上一级或二级，要走上第 M 级，共有多少种走法。

解题方法：不能得出下面的递推式。

$$f(n)=\begin{cases}1 & n<3\\ f(n-1)+f(n-2) & n\geq 3\end{cases}$$

可以看到Fibonacci数列的表示形式有很多。(如：2046 骨牌铺方格 2*n的长条中放入 1*2 的砖块的覆盖总数)。

2042 不容易系列之二

题目大意：和 2013 蟠桃记 类似。

解题方法：找规律，可以得到 f(n)=f(n+1)*2-2，通项公式为 $f(n)=2^n+2$。

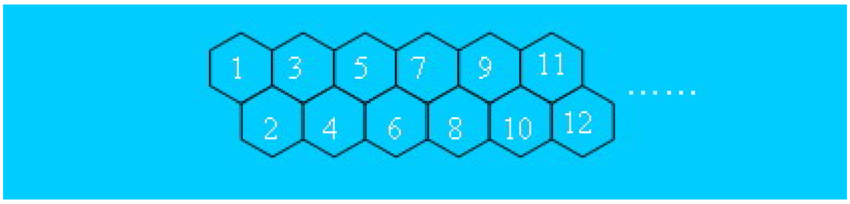
2043 密码

题目大意：给出一个密码串，按照题目的要求判断该密码是否安全。

解题方法：模拟题，按照题目一步一步做。

小知识：使用<cctype>头文件中的 isdigit，isupper，islower 等函数可以简化判断。

2044 一只小蜜蜂...

题目大意：


从某点走到另外一点的方法总数。

解题方法：这是个不错的题目，也可以归结成 Fibonacci 的变种。那么通常的做法是使用递推式 f[i][j]=f[i][j-1]+f[i][j-2]，由于这里 b – a 的数据范围小，所以这样做没问题，如果数据稍微大一些，那么内存和时间都可能不够用。这个时候有个思维叫做“降维”，通过分析发现 a 到 b 的总数等价于从 1 到 b-a+1 的总数，因此可以归结成从 1 到所有点的方法总数，即 g(n)=g(n-1)+g(n-2)。

2045 不容易系列之(3)—— LELE的RPG难题

题目大意：给定三种颜色 R，P，G，对长度为 n 的格子染色，要求相邻两个格子颜色不能相同，首尾颜色不能相同。

解题方法：递推，有两种考虑思路。

**1.** 设 f(n)表示用三种颜色对 n 长度的格子染色的种类数，那么可以这样分类，第 n-1 个位置要么与第 1 个位置颜色相同，要么不同。如果颜色不同，那么最后一个位置的颜色必然会固定，因此就是 f(n - 1)，如果颜色相同，那么第 n-2 个颜色必然和第一个颜色不一样，而最后一个位置的颜色有两种颜色，因此是 f(n - 2)*2。

综上：

$$f(n)=\begin{cases}A_3^n & n\leq 3\\ f(n-1)+2*f(n-2) & n>3\end{cases}$$

**2.** 考虑将首尾格子顺次连接。① 如果不考虑首尾颜色是否一致，使得任意相邻两个不同色的总数是 $3 * 2^{n-1}$；② 再考虑首尾颜色相同的情况，那么相当于 n - 1 个格子，且任意相邻不同色的总数为 f(n – 1)。因此总的递推式为：$f(n)=\begin{cases} 0 & n=0 \\ 3*2^{n-1}-f(n-1) & n>0 \end{cases}$，上下两个递推式是等价的（可以将上面的式子转变为 f(n) + f(n – 1) = 2(f(n – 1) + f(n – 2))，利用等比数列性质求得）。

小知识：利用常系数线性齐次递推方程可以推得 f(n)的通项公式:

$$f(n)=\begin{cases} n & n\le 1 \\ 2^n+2*(-1)^n & n>1 \end{cases}$$

扩展：求超大范围的 f(n)%M，利用矩阵二分幂求解，如上面可以转换为：

$[f(0),f(1)]*\begin{bmatrix} 0,2 \\ 1,1 \end{bmatrix}^{n-1}=[f(n-1),f(n)]$，使用 log(n)的快速幂算法计算 f(n)。

2046 骨牌铺方格

题目大意：在 2*n 的方格中铺上 1*2 和 2*1 的砖块有多少种方法。

解题方法：可以看到有两种情况：1.一列要么是一个 2*1 的；2.最后两列是 1*2，因此可以很容易的得到 f(n)=f(n - 1)+f(n - 2)。Fibonacci 又见 Fibonacci。

2047 阿牛的EOF牛肉串

题目大意：用 E，O，F 三个字符组成的长度为 n 的串有多少种，要求两个 O 不能相邻。

解题方法：**方法 1**：可以使用 DP 思想递推，长度为 n 的串的末尾要么是 O，要么是 E 或者 F，那么设 f(n,0)表示长度为 n 的串以 O 结束的种数，用 f(n,1)表示长度为 n 的串以 E 或者 F 结束的种数，不难得到 $\begin{cases} f(n,0)=f(n-1,1) \\ f(n,1)=2*(f(n-1,1)+f(n-1,0)) \end{cases}$ 可以得到 f(n,1)=2*(f(n-1,1)+f(n-2,1))，那么 f(n)=f(n,0)+f(n,1)=f(n-1,1)+f(n,1)。

**方法 2**：按照末尾的字符分类讨论，同样我们定义 f(n)为长度为 n 的不含连续两个 O 的合法串的数目：

① 如果末尾是 O，那么前面一定是 E 或者 F，再前面只要是合法串即可，总数为 2 * f(n – 2)。

② 如果末尾是 E 或者 F，那么前面只要是合法串即可，总数为 2 * f(n – 1)。

因此 $f(n)=\begin{cases} 3 & n=1 \\ 8 & n=2 \\ 2*(f(n-1)+f(n-2)) & n>2 \end{cases}$

**方法 3**：可以使用排列组合的"插空法"， 可以推出公式

$f(n)=\sum_{i=0}^{(n+1)/2}2^{n-i}C_{n+1-i}^{i}$ 这里 i 代表串中 O 的个数，不难得出长度为 n 的串中 O 的个数肯定小于等于 $\frac{n+1}{2}$，否则肯定会有 OO 的情况。

小知识：$2^n$ 可以使用 1<<n 表示，对于 signed int 数值最大可以移动 31 位，对于 signed __int64 可以移动 63 位，(__int64)1 << n。

2048 神、上帝以及老天爷

题目大意：编号为 1~n 的信以及编号为 1~n 的信封，全都装错的概率是多少。

解题方法：这个题目是组合数学中经典的"错排问题"。本题是求 $\frac{f(n)}{n!}$，即为概率。如果直接计算 f(n) 和 n！进行相除，由于这边数据在 64 位不会溢出。如果碰到溢出的问题，需要使用高精度算法。另外一种方法可以使用 f(n)的通项，也就是 $n!*(1-\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}+...+\frac{(-1)^n}{n!})$。这个后半部分和 $e^{-1}$ 的展开式有点像 $e^x=1+x+\frac{x^2}{2!}+...+\frac{x^n}{n!}$ 问题就转化为了求 $n!*(1-\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}+...+\frac{(-1)^n}{n!})$，那么可以使用一个循环求解。再进一步看这个问题，可以发现 n！当 n 很小的时候可以很大，因此 $\frac{1}{n!}$ 必然很小，所以从某项开始之后均可以忽略了。事实证明当 n > 6 之后概率不变。

小知识：错排问题可以使用递推解决，大体思路是这样的，1 号信装进了不是 p 信封中(p != 1)，不妨假设 p=2，那么 2 号信有两种选择，要么装在信封 1 中，要么装在其他信封中，对于第一种情况，问题转变为了剩下的 n-2 封信错排的问题，对于第二种情况，那么由于 2 号信不装在 1 号信封内，可以将问题转换为信(2'，3,…,n)与信封(1,3,…,n)的错牌问题，即为 f(n-2)。因此是 f(n-1)+f(n-2)，又由于 p 可以取 2~n 之间所有的值，因此总数为 f(n)=(n-1)*(f(n-1)+f(n-2)). 另外错排问题还可以用另一个递推式 $f(n)=n*f(n-1)+(-1)^n$。

2049 不容易系列之(4)——考新郎

题目大意：编号为 1~n 的信以及编号为 1~n 的信封，恰好有 m 封信装错信封的总数是多少。

解题方法：错排和组合。结果是 $C_n^m * f(m)$（f(m)为 m 个信和信封错位排列的数目）。

2050 折线分割平面

题目大意：n 个折线分割平面的最大数目。

解题方法：分割平面个数等于交点个数 + 顶点个数 + 1，我们令 f(n)表示 n 个折线分割平面的个数，考虑在 f(n - 1)上新增一个折线，由于折线每一条边都会和前面所有的折线有两个交点，因此总的交点数为 2*2*(n-1)，而顶点个数为新增 1，因此 f(n)=f(n-1)+4*(n-1)+1，即 $f(n)=2n^2-n+1$。

小知识：这种类似的平面分割数目的题目最终公式大多呈现出二次函数 $ax^2+bx+c(a\neq0)$，因此可以列出三组数据，联立方程组求得 a，b，c。

2051 Bitset

题目大意：将一个数转变为 2 进制。

解题方法：同 2031 进制转换。

2052 Picture

题目大意：给定 w 和 h，打印如图所示图案。

```
+---+
|   |
|   |
+---+
```

解题方法：二重循环。

2053 Switch Game

题目大意：每次将 i 倍数的灯的状态改变，问最后编号为 n 的灯是否开着。

解题方法：只要判断 n 是否是完全平方数即可。

2054 A == B ?

题目大意：给定两个数，判断他们是否相等。

解题方法：这个题目 trick 比较多，可以自己定义一个规则，将数进行"标准化"，例如：+0001.0100 转换为 1.01 等等。这个题目数据还不够强，很多种情况并没有包括。最需要注意的是几个数是 **+0** 、**-0** 、**0.0**、**.0**、**0.**等。

2055 An easy problem

题目大意：给定规则 f 函数，求 f(y)+x。

解题方法：按照题目做，注意字母大小写即可。

2056 Rectangles

题目大意：给定两个矩形的对角线上的点的坐标，求两个矩形相交的面积。

解题方法：通过作图可以发现，设两个矩形左上角和右下角的坐标分别为$((x_1,y_1),(x_2,y_2))$和$((x_3,y_3),(x_4,y_4))$面积等于矩形$((\max(x_1,x_3),\min(y_1,y_3)),(\min(x_2,x_4),\max(y_2,y_4)))$的面积。

注意点：由于题目没有给出坐标的相对大小关系，因此要事先进行比较判断，保证$(x_1,y_1)$，$(x_2,y_2)$为第一个矩形的左下角和右上角坐标，$(x_3,y_3)$和$(x_4,y_4)$为第二个矩形的左下角和右上角坐标。

小知识：对于平面上 n 个矩形求相交面积和或者最大相交面积，可以使用离散化+线段树来做。

2057 A + B Again

题目大意：给定两个长度在 15 以内的 16 进制表示串，求得它们的和，并以 16 进制表示。

解题方法：一种方法可以将 16 进制转换为 10 进制，然后求和，再转换为 16 进制。另外一种方法可以直接使用 16 进制加减法。最后还可以使用%I64X 直接进行读取计算，注意输出为负数的情况。

注意点：由于 16 进制长度小于 15，因此总数小于$16^{14}=2^{56}<2^{60}$，用__int64 就可以了。

2058 The sum problem

题目大意：在[1,N]范围内找到一个子序列使得它的和与 M 相等 。

解题方法：使用等差数列求和公式，$a_1 n+\dfrac{n*(n-1)}{2}*d$，由于这里的 d 是 1，那么可以得到数列长度$n\le\sqrt{2*M}$，从大到小枚举长度即可。不难证明首项关于是关于项数的单调递减函数。

2059 龟兔赛跑

题目大意：兔子以恒定速度 VR 跑向终点，乌龟坐车到终点，车的速度在满油的情况下速度为 VT1，在没油的时候速度为 VT2.在这个路程中，设立了 N 个供电站，乌龟可以在某些供电站处进行充电，

每次充电需要花掉时间 T，而每次充满电最多能走距离 C。供电站距出发点的距离用 p[1], p[2], …p[n] 表示，问兔子是否能够比乌龟先到达终点。

解题方法：此题是个经典的动态规划的题目，要注意的是这里的状态不能够看成每次在充电站的剩余油量，已用时间组成，而应该看成在某个充电站充电，和从前一个充电站充电到现在该站所组成。由于前者的剩余油量可能是实数，状态空间太大。如果每次以最优的时间走相邻的两个充电站，虽然保证了这段路程最短，但是结果会对后面的路程造成影响，因此终究是一个贪心算法。我们设 t[i]表示在第 i 个充电站充电前的所用去的最短时间。d(i,j)表示从第 j 个充电站到第 i 个充电站在满电并且中途不充电的情况下走到第 i 个充电站所用去的时间，那么动态规划的状态转移方程为 ：

$$t[i]=\begin{cases} t[0]+d(i,0) & j=0 \\ t[j]+d(i,j)+T & 0\le j<i \end{cases}$$

$$d(i,j)=\begin{cases} \dfrac{p[i]-p[j]}{VT1} & p[i]-p[j]<=C \\ \dfrac{C}{VT1}+\dfrac{p[i]-p[j]-C}{VT2} & p[i]-p[j]>C \end{cases} \quad (0\le j<i)$$

2060 Snooker

题目大意：斯诺克共用球 22 个，其中 15 个红球，6 个彩球（黑、粉、蓝、棕、绿、黄各 1 个）和 1 个白球。红球和彩球用来得分，白球用来击打红球和彩球。开球前，双方可以通过抛硬币来决定谁先开球。在开球时，开球一方，可将白球摆在开球区的任何位置，去打击红球。其后，白球停在什么位置，就必须接着由什么位置打起。每一方必须先打入一个红球，然后任选一个有利的彩球打。打入彩球后，需将彩球取出重新摆回其自己的原位点上（即开球前，其所在的位置上）。接着，再打红球，打彩球，如此反复，直到所有红球入袋。之后，就必须按照一定顺序打彩球。就是说，先打黄球，再打绿球、棕球、蓝球、粉球和黑球。此时，进一个彩球，台面上就少一个彩球（不再需要将入袋彩球取出摆回自己的原位点上），直以所有彩球入袋，台面上中剩下白球，就宣告结束。

从开始到所有彩球和红球被击打入袋这么一个过程称为一局。在整个进球过程中，一方如果没有能够成功进球，或者打了一个坏球，此时他就得让位于另一方打。连续成功进球的过程叫“一杆”。每局的胜负是由双方积分多寡决定，得分多者为胜方。得分有两种途径：一是靠进球得分，二是通过对方失误罚分而得分。打入一个红球得 1 分（又可称“1 度”），打入一次黄球得 2 分，绿球得 3 分，棕球得 4 分，蓝球得 5 分，粉球得 6 分，黑球得 7 分。现在给出场上剩下的球数和当前的比分，判断我是否有胜的希望。

解题方法：推公式，可以得到最大能得的分数 f(n)，n 为剩下的球的个数为：

$$f(n)=\begin{cases} 8*n-21 & n>6 \\ \dfrac{15*n-n*n}{2} & n\le 6 \end{cases}$$

2061 Treasure the new start， freshmen!

题目大意：给定 K 门课程的学分 $C_i$ 和成绩 $S_i$，按照公式计算。

$$GPA=\frac{C_1*S_1+C_2*S_2+...+C_i*S_i+...0}{C_1+C_2+...+C_i+...}(1\le i\le K, C_i!=0)$$，如果出现不及格课程，GPA 为 0。

解题方法：直接循环做。
注意点：学分和成绩都可能出现小数点，因此应该使用 double 保存。

2062 [Subset sequence]
题目大意：考虑一个集合 $A_n = \{ 1, 2, ..., n\}$。比如，$A_1=\{1\}$，$A_3=\{1,2,3\}$。我们称一个非空子集元素的排列为一个子集序列。对所有的子序列按字典顺序排序。现要求出第 m 个子序列。
解题方法：首先计算出 n 个元素的所有子集排列的总数。不难发现，$A_n$ 可以按首数字分成 n 组，而每组里除了第一项，剩下的就是 $A_{n-1}$ 的子集合了。因此 f(n) = n * (f(n-1) + 1)(注：f(n)增长很快，要使用 64 位)。下面只要迭代依次求出各个位上的数字即可。核心代码如下：

```
while(m > 0){
    i64 p = f[n - 1] + 1;
    r[rLen++] = (m + p - 1) / p; // r[i]保存的是第 i 个数字的次序
    --n;
    m = (m - 1) % p;
}
```

接下去依次找出第 r[i]个未被使用的数字即可。

2063[过山车]
题目大意：  给定 K 组女生和男生的爱慕关系，问最多配对多少对情侣
解题方法：  二分图匹配（匈牙利算法）。

2064[汉诺塔III]
题目大意：在原有汉诺塔上增加了一个规则，不允许直接从最左(右)边移到最右(左)边(每次移动一定是移到中间杆或从中间移出)。
解题方法：推出递推式 f(n)=3*f(n-1)+2，通项为 $f(n)=3^n-1$。
经验：一般来说，递推式比通项更加“实用”。

2065 ["红色病毒"问题]
题目大意：现在有一长度为 N 的字符串，满足一下条件:(1) 字符串仅由 A，B，C，D 四个字母组成；(2) A 出现偶数次(也可以不出现)；(3) C 出现偶数次(也可以不出现)；计算满足条件的字符串个数模上 100。

解题方法：该序列所对应的指数型母函数为 $(1+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+...)^2*(1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+...)^2$，推出系数表达式为 $f(n)=4^{n-1}+2^{n-1}$ 。
注意点：这里使用 log(n)求解 $4^{n-1}$%100 和 $2^{n-1}$%100 仍然会超时.正解是找出 $2^n$%100 的循环节(结果为 20)。

2066[一个人的旅行]
题目大意：  给定一个带权的无向图，若干出发点和若干目的地，问从某个出发点到某个目的地的最短路径。
解题方法：增加两个顶点：源点和汇点。添加源点到所有的出发点，且权值为 0 的边；添加目的地到汇点，且权值为 0 的边。问题转化为求源点到到汇点的单源点最短路径问题。可以使用 Dijkstra 或者 SPFA 等算法解决。

2067小兔的棋盘

题目大意：从棋盘起点(0，0)走到终点(n, n)且穿越对角线(但可接触对角线上的格点)的最短路径数目

解题方法：Catalan 数的一种解释.这里的结果就是 2*Catalan(n). 推导过程可以见离散数学或组合数学相关章节。

注意点：计算过程中可能会溢出，可以考虑用 double 转一下。

小知识：Catlan 数 Catalan (n)有很多种表示形式：

- 通项为 $\dfrac{C(2n,n)}{n+1}$
- 递推式有两种：$Catalan(n+1)=\sum_{i=0}^{n} Catalan(i)*Catalan(n-i)$ 以及 $Catalan(n+1)=\dfrac{Catalan(n)*(4n+2)}{n+2}$

2068 RPG的错排

题目大意：有 N 对夫妻，问至少有半数配对正确的方案总数。

解题方法：$\sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} f(k)*C(n,k)$，其中 f(k)为第 k 个错排数，C(n, k)为组合数。

2069 Coin Change

题目大意：有五种类型的硬币:50 分，25 分，10 分，5 分和 1 分.给定 n 分(n ≤ 250)，问最多使用 100 枚硬币组成它的方案数。

解题方法：1. 暴力枚举 50 分，25 分，10 分，5 分的数目，保证总数不超过 100　2. 母函数(动态规划思想)，令 f(i, j)为组成 i 分使用 j 枚硬币的方案总数，则 f(i + k*v[w],j + w) += f(i, j)，其中 k 为枚举的硬币数量，w 为枚举的第一个硬币，v[w]为硬币币值。

2070 Fibbonacci Number

题目大意：计算前 50 Fibonacci 数。

解题方法：递推。

注意点：由于 Fibonacci 的数通项为 $f(n)=\frac{1}{\sqrt{5}}\{(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^n-(\frac{1-\sqrt{5}}{2})^n\}\quad n\geq 0$，增长速度非常快，因此需要使用__int64 存储。

2071 Max Num

题目大意：找出一组数中的最大值。

解题方法：直接循环做。

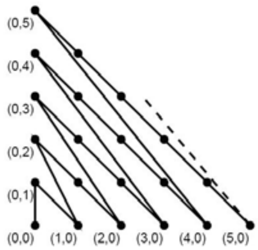
2072单词数

题目大意：统计一行中不相同的单词的总数。

解题方法：1. 读入解析方法包括三种：通过判断空格字母等进行手工解析；使用 strtok 函数进行分割；使用 istringstream 进行分割； 2. 判断单词是否重复的方法至少包括如下几种：循环比较当前的单词

是否出现在以前；对单词进行 Hash；使用二叉搜索树(BST)；使用 STL 中的 set；使用 Trie 树等。

2073无限的路

题目大意：

给定图中两点，求折线距离。

解题方法：不妨设 A 点较 B 点离原点更近，则可以求出从(0,0)到 B 点的距离减去(0,0)到 A 点的距离即可。

2074叠筐

题目大意：给定外圈宽度以及外圈字符和内圈字符，如 5 @ W，打印如下方阵：

@@@
@WWW@
@W@W@
@WWW@
@@@

解题方法：考虑将打印的内容放置到数组中，全部赋值好以后打印出来。

2075 A|B?

题目大意：判断一个数是否能整除另外一个数。

解题方法：%判断。

2076夹角有多大(题目已修改，注意读题)

题目大意：给定时，分，秒，求时针和分针的夹角。

解题方法：分别计算出时的角度和分的角度，在判断两者之差是否大于 180 进行调整。

注意点：分和秒会对时的偏移角度产生影响，同理，秒会对分的偏移角度产生影响。

2077汉诺塔IV

题目大意：2064汉诺塔III 的变种，又加上了一个限制条件，允许最大的盘子房子上面。

解题方法：令 g(n)为移动 n 个盘子到目的地的总数，其实不难得出 g(n)和 2064 题目的 f(n)之间的关系 $g(n)=f(n-1) + 2 = 3^{n-1}+1$. 也可以推出递推式 $g(n)=3*g(n-1)-2$ (n>1)。

2078复习时间

题目大意：已知最大复习效率等于前一门课程难度与后一门的差的平方，求最大复习效率。

解题方法：不妨令前一门复习的课程的难度为 m，后一门为 n。那他复习后一门的效率就为(m-n)*(m-n)；显然这里的 m 越大，n 越小，它的效率就越高！而 m 最大值为初始状态 100，只需要找出难度最小的一门（即最小的 n）。

2079选课时间(题目已修改，注意读题)

题目大意：选 n 个学分，已知学分为 a 的课程有 b 门，且相同学分的课程没有区别，问有多少种选课

方案。

解题方法：母函数为 $\prod_{i=1}^{k}(1+x^{a_i}+x^{2a_i}+...+x^{a_i*b_i})$ (k 为互异课程的总数)。用暴力也能过!

2080夹角有多大II

题目大意：平面上给定两个点，计算它们与原点所构成的两个向量之间的夹角。

解题方法：1. 利用向量点积公式 $\vec{a}\bullet\vec{b}=|a|*|b|*\cos\theta$；2. 利用向量叉积公式 $|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}|*|\vec{b}|*\sin\theta$，要判断θ的范围；3. 三角形已知三条边，求角，利用公式 $\cos\theta=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2*a*b}$。

2081手机短号

题目大意：给定一个 11 位的手机号，输出 6 加上手机的 5 位尾数。

解题方法：1.用字符串进行读取，只要输出 6 和 str+6 即可；2.用整数读入，要使用__int64 或者 long long，采用对 100000 取模取出手机末 5 位。

2082找单词

题目大意： 分别给定 26 个大写字母的数目，定义'A'的价值为 1，'B'的价值为 2 等等，问组成的单词价值小于等于 50 的总数。

解题方法：1. 动态规划，令 f(i,j)表示使用前 i 个字母组成的价值为 j 的单词的总数，则有 $f(i,j)=\sum_{k=0}^{num[i]}f(i-1,j-k*i)\quad j\ge k*i$；2. 使用母函数 $\prod_{i=1}^{26}(1+x^i+x^{2*i}+...+x^{num[i]*i})$

2083简易版之最短距离

题目大意：给定数轴上若干个点 $X_1$， $X_2$，…， $X_{n-1}$， $X_n$，选中一个点 $X_i$，求$|X_1-X_i|+|X_2-X_i|+...+|X_n-X_i|$的最小值。

解题方法：不难得出，这些点中的中位数可以使得$|X_1-X_i|+|X_2-X_i|+...+|X_n-X_i|$得到最小值。

补充知识：见我blog中的第k大数。

小知识：

- **中位数**（Median）统计学名词，将数据排序后，位置在最中间的数值。
- **众数**（Mode）统计学名词，在统计分布上具有明显集中趋势点的数值，代表数据的一般水平（众数可以不存在或多于一个）。修正定义：是一组数据中出现次数最多的那个数值，就是众数，有时众数在一组数中有好几个。用 M 表示。理性理解：简单的说，就是一组数据中占比例最多的那个数。

2084 数塔

题目大意：给定一个三角形状的数塔，问从上到下的最大和是多少?

解题方法：经典动态规划题，定义 f(i, j)为从上到下刚好经过第 i 行第 j 个数(i≥1，j≥1)所得到的最大值，那么有 $f(i,j)=\begin{cases} d[1][1] & i=1, j=1 \\ Max\{f(i-1,j), f(i-1,j-1)\}+d[i][j] & i>1 \end{cases}$ 结果就是 $\max\{f(n,i)\} \quad n \geq i \geq 1$。

2085核反应堆

题目大意：高能质点碰击核子时，质点被吸收，放出 3 个高能质点和 1 个低能质点；低能质点碰击核子时，质点被吸收，放出 2 个高能质点和 1 个低能质点。问 n 秒后共有多少个高能质点和低能质点

解题方法：令 f(n)为 n 秒后的高能质点的数目，令 g(n)为 n 秒后的低能质点的数目.易得

$\begin{cases} f(n)=3*f(n-1)+2*g(n-1) \\ g(n)=f(n-1)+g(n-1) \end{cases}$ 可以转换为求得：

$f(n)=\begin{cases} 1 & n=0 \\ 3 & n=1 \\ 4*f(n-1)-f(n-2) & n\geq 2 \end{cases}$ 以及 $g(n)=\begin{cases} 0 & n=0 \\ 1 & n=1 \\ 4*g(n-1)-g(n-2) & n\geq 2 \end{cases}$

使用常系数线性齐次递推方程可以推出 f(n)和 g(n)的通项:

$f(n)=\frac{3+\sqrt{3}}{6}(2+\sqrt{3})^n+\frac{3-\sqrt{3}}{6}(2-\sqrt{3})^n \quad n\geq 1$ $g(n)=\frac{\sqrt{3}}{6}\{(2+\sqrt{3})^n-(2-\sqrt{3})^n\} \quad n\geq 1$。

2086 A1 = ?

题目大意：给定一个数列 $A_n=\frac{A_{n-1}+A_{n+1}}{2}-C_i$，如果已知 A0，An+1 以及 $C_1$，$C_2$，…，$C_n$，计算 $A_1$ 是多少。

解题方法：推导 $A_1$ 的公式：$A_1=\frac{n*A_0+A_{n+1}-2*\sum_{i=1}^{n}(n-i+1)*C_i}{n+1}$。

2087剪花布条

题目大意：给定两个字符串 a 和 b，查找 b 在 a 中连续出现的次数，如 aa 在 aaaaaa 中出现了 3 次。

解题方法：可以二重循环回溯做，最佳做法是使用 KMP，Rabin-Karp 等线性算法。

小知识：使用 strstr 可以查找一个串在另外一个串中首次出现的位置指针；使用 strtok 可以实现类似 C#中 String.Split 的功能。

2088 Box of Bricks

题目大意：给定若干个砖块垒成的高度，现在将他们变成一样的高度，问最少需要移动多少块。

解题方法：最少的移动块数，一定是把大于平均高度的砖块，移动到对应小于平均高度的上面。

2089不要 62

题目大意：给定区间[n, m]，计算其中不包含 4 和 62 的连号数的个数。

解题方法：**预处理**，可以令 f(n)表示[0,n]范围内的不包含 4 和 62 连号的个数。那么[n, m]区间内的总数等于 f(m) – f(n – 1)。

原创方法：动态规划 O(logn)求解此题，令 less(i, j, k)表示前 i 位数小于 n，末尾是否为 6(j=1 表示为 6，

j=0 表示不为 6)，k 表示是否出现 62 或者 4(k=1 表示出现过，k=0 表示没出现)的数的总数.再令 equ(i, j, k)表示前 i 位数与 n 相同，j 和 k 的意义同上的数的总数.那么显然 less(n,0,1)+equ(n,0,1)+less(n,1,1)+equ(n,1,1)即为结果. 经过精简后的代码如下:

```
// 返回[0,n]区间内包含 4 或者 62 的总数
int get(int n)
{
    int less[32][2][2], equ[32][2][2];
    memset(less, 0, sizeof(less));
    memset(equ, 0, sizeof(equ));
    equ[0][0][0] = 1;
    stringstream is; is << n;
    string str; is >> str;
    int i, j, k;
    int len = str.size();
    for(i = 0; i < len; i++)
        for(j = 0; j < 2; j++)
            for(k = 0; k < 2; k++)  {
                //the next number is 6
                less[i + 1][1][k] += less[i][j][k];
                if(str[i] > '6')
                    less[i + 1][1][k] += equ[i][j][k];
                if(str[i] == '6')
                    equ[i + 1][1][k] += equ[i][j][k];
                //the next number is 2
                less[i + 1][0][k?1:j] += less[i][j][k];
                if(str[i] > '2')
                    less[i + 1][0][k?1:j] += equ[i][j][k];
                if(str[i] == '2')
                    equ[i + 1][0][k?1:j] += equ[i][j][k];
                // the next number is 4
                less[i + 1][0][1] += less[i][j][k];
                if(str[i] > '4')
                    less[i + 1][0][1] += equ[i][j][k];
                if(str[i] == '4')
                    equ[i + 1][0][1] += equ[i][j][k];
                // neither 2 nor 6 nor 4
                less[i + 1][0][k] += 7 * less[i][j][k];
                int cnt = str[i] - '0';
                if(str[i] > '2') --cnt;
                if(str[i] > '4') --cnt;
                if(str[i] > '6') --cnt;
                less[i + 1][0][k] += cnt * equ[i][j][k];
                if(str[i] != '6' && str[i] != '2' && str[i] != '4')
                    equ[i + 1][0][k] += equ[i][j][k];
```

```
        }
        int res = less[len][0][1] + equ[len][0][1] + less[len][1][1] + equ[len][1][1];
    return res;
}
```

小知识：判断一个整数是否能够被[1,10)的整数整除，有如下简单的方法：

- 任何整数都能被 1 整除；
- 如果该整数是偶数，则能被 2 整除；
- 如果该整数各个数位上的和能被 3 整除，则能被 3 整除；
- 如果该整数末尾两位数字能被 4 整除，则能被 4 整除；
- 如果该整数末位是 0 或者 5，则能被 5 整除；
- 如果该整数能被 2 且能被 3 整除，则该数能被 6 整除；
- 将该整数的个位数字截去，再从余下的数中，减去个位数的 2 倍，如果差是 7 的倍数，则原数能被 7 整除。如果不是 7 的倍数，就需要继续上述（截尾、倍大、相减、验差）的过程，直到能清楚判断为止。例如，判断 133 是否 7 的倍数的过程如下：13－3×2＝7，所以 133 是 7 的倍数；又例如判断 6139 是否 7 的倍数的过程如下：613－9*2＝595，59－5*2＝49，所以 6139 是 7 的倍数，余下类推。
- 如果该整数的末尾三位数字能被 8 整除，则该数能被 8 整除；
- 如果该整数各个数位上的和能被 9 整除，则能被 9 整除；
- 如果该整数末位是 0，则能被 10 整除。

2090算菜价

题目大意：给定若干种素菜的名称，价格和数量，求总价(精确到角且四舍五入分)。

解题方法：∑价格 $P_i$*数量 $Q_i$ 。

注意点：由于精确到角且四舍五入分， 我们可以采用(int)((总价格+ 0.05) * 10.0) / 10 的方法来达到四舍五入。

2091空心三角形

题目大意：给定高度，打印如下图所示的空心等腰三角形

```
      A
     A A
    A   A
   A     A
  A       A
 A         A
AAAAAAAAAAAAA。
```

解题方法：使用循环进行模拟打印。

注意点：注意高度等于 1 的情况 。

小知识：在 scanf()中，用%*#，就代表读入一个#的数据，但不处理。比如:scanf("%c%* c%c", &a, &c)；输入 ABC，此时，变量 a='A'，c='C'。而中间的'B'，只是读入，没有做任何处理。

在 printf()中，%*#用来设定宽度。我们平时用%2d 一类的转义字符来代表输出整形 d 时，宽为 2 个字符，但这种方法设置宽度只能是常数，不能在程序运行时其变化。而用'*'，就做到了可变宽度的作用。比如:printf("%*d", 4, a)；表示输出整形数据 a，宽为 4 个字符。用'*'的这一特性，可以很轻松搞定这一题。

2092整数解

题目大意：给定二次方程 $x^2$-nx+m=0，且 n 和 m 是整数，问是否有整数解。

解题方法：由于二次方程的根为 $\frac{-m \pm \sqrt{n^2 - 4*m}}{2}$，因此只需要判断 n2-4*m 是否为正数，是否为完全平方数，且根是否为整数.。

小知识：这里的最后一步判断根是否为整数是不必要的，因为只要 $n^2$-4*m 是完全平方数， 根必然也是整数.可以用反证法证明，假设在 $n^2$-4*m 是完全平方数的情况下根不是整数，那么两个根至少有一个是 X.5 形式的小数，不满足两根之积等于整数的假设。

2093考试排名

题目大意：给定若干个学生 ACM 比赛的情况，按照 ACM 比赛规则进行排序。

解题方法：理解 ACM 规则，首先按照题目排，题数多的排前面；如果题数相同的按照时间排，时间短的排前面；如果时间也相同，则按照队伍名的字典序排(队伍的名字一般不雷同)。

注意点：如果一道题目没有 AC 的话，罚时是不计算的。

小知识：**1.** 这题读入数据的处理可以用 int r = sscanf(buf, "%d(%d)", &t, &w)；来精简代码，其中 r 代表了读入的变量个数； 当然也可以使用 strchr，atoi 等函数进行手工提取； **2.** 用 struct 保存学生的姓名，AC 题数及罚时，用 sort 或者 qsort 对结构体进行排序； 3. 输出格式的控制可以使用 C++形式的 cout << setw(10) << left << stu[i].name << setw(3) << right << stu[i].name << setw(5) << stu[i].time << endl；来控制，也可以使用 C 形式的 printf("%-10s %2d %4d\n", stu[i].name, stu[i].num, stu[i].time)；来控制。

2094产生冠军

题目大意：给定乒乓球比赛几局的偏序关系，问最终的冠军是谁。

解题方法：这题本质上是给有一个有向图， 判断入度为 0 的点是否有且仅有一个.由于这题比较简单，我们可以令 f(i)表示 i 是否输过，如果没有输过的人有且仅有一人，则能决出冠军。

注意点：如果要排出具体的名次，需要使用拓扑排序。

2095 find your present (2)

题目大意：找出数列中出现次数为奇数的数(保证仅有一个)。

解题方法：**1.** Hash 方法， h(i)表示 i 出现的次数； **2.** 先排序，再遍历判断 **3.** 用异或运算

小知识：STL 中的 map 可以实现类似 hash 的操作。

2096小明A+B

题目大意：给定 a 和 b，求(a + b)%100。

解题方法：考虑 a + b 可能溢出，我们利用同于性质(a + b)%100 = ((a % 100) + (b % 100)) % 100。

2097 Sky数

题目大意：判断一个四位的整数是否在是十进制，十六进制，十二进制表示下各位数的和相等

解题方法：分别统计十进制，十六进制，十二进制下的各位数字的和，进行比较。

2098分拆素数和

题目大意：把一个偶数拆成两个不同素数的和的总数。

解题方法：使用筛法预处理[1,10000]范围以内的数是否为素数。对于每一个输入的数，循环 $[2, \frac{n-1}{2}]$

的范围判断。

2099 整除的尾数
题目大意：一个整数，只知道前几位，不知道末二位，被另一个整数除尽了，那么该数的末二位该是什么呢？
解题方法：枚举末尾两位数字[0,100)，判断是否能够整除。
小知识：printf 使用%02d 实现输出两位宽度，且不足补 0。